

**АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЦЕНТР ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «ПРОСВЕЩЕНИЕ»**

Принята на заседании
методического совета
от «15» февраля 2025 г.
Протокол №14



Утверждаю
Директор АНО ДПО «ЦДО «Просвещение»
Кормильцев А.
Приказ №37 от «20» февраля 2025 г.

**ПРОГРАММА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
«ПОДГОТОВКА К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ. ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ»**

Автор-составитель:
Скрынникова Анна Сергеевна
Педагог математики и информатики

Содержание

Раздел 1. «Комплекс основных характеристик образования: объем, содержание, планируемые результаты»

1.1. Пояснительная записка

Раздел 2. «Комплекс организационно-педагогических условий, включающий формы аттестации»

2.1. Учебный план

2.2. Содержание учебного плана

2.3. Календарно-учебный график

2.4. Методическое обеспечение программы

2.5. Критерии оценивания

2.6. Список использованной литературы

Раздел 1. Комплекс основных характеристик образования: объем, содержание, планируемые результаты

1.1. Пояснительная записка

Нормативно-правовое обеспечение. Программа составлена в соответствии со следующими нормативными документами:

1. Федеральным законом от 29.12.2012 №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».
2. Федеральным законом от 24.07.1998 №124-ФЗ «Об основных гарантиях прав ребенка в Российской Федерации».
3. Указом Президента РФ от 09.11.2022 г. №809 «Об утверждении Основ государственной политики по сохранению и укреплению традиционных российских духовно-нравственных ценностей».
4. Указом Президента РФ от 24.12.2014 г. №808 «Об утверждении Основ государственной культурной политики».
5. Указом Президента РФ от 02.07.2021 №400 «О Стратегии национальной безопасности Российской Федерации».
6. Указом Президента РФ от 28.02.2024 г. №145 «О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации».
7. Федеральным законом от 24 июля 2007 года №209-ФЗ «О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации».
8. Федеральным законом от 26.07.2019 №245-ФЗ "О внесении изменений в Федеральный закон "О развитии малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации".
9. Национальным проектом «Молодежь и дети».
10. Национальным проектом «Эффективная и конкурентная экономика».
11. Национальным проектом «Кадры».
12. Распоряжением Правительства Российской Федерации от 29.05.2015 №996-р «Об утверждении Стратегии развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года».
13. Постановлением Главного государственного санитарного врача РФ от 28.01.2021 №2 «Об утверждении санитарных правил и норм СанПиН 1.2.3685-21 «Гигиенические нормативы и требования к обеспечению безопасности и (или) безвредности для человека факторов среды обитания».
14. Концепцией развития дополнительного образования детей до 2030 года, утвержденной распоряжением Правительства Российской Федерации от 31.03.2022 № 678-р.
15. Приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 27.07.2022 №629 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам».
16. Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 22.09.2021 №652н «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых».
17. Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23.08.2017 №816 «Об утверждении Порядка применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ».
18. Приказом Министерства просвещения РФ от 13 марта 2019 г. № 114 «Об утверждении показателей, характеризующих общие критерии оценки качества условий осуществления образовательной деятельности организациями, осуществляющими образовательную деятельность по основным общеобразовательным программам, образовательным программам среднего профессионального образования, основным

программам профессионального обучения, дополнительным общеобразовательным программам».

19. Письмом Министерства просвещения РФ от 01.06.2023 г. №АБ-2324/05 "О внедрении Единой модели профессиональной ориентации".

20. Письмом Минобрнауки России от 29.03.2016 № ВК-641/09 «О направлении методических рекомендаций» (вместе с «Методическими рекомендациями по реализации адаптированных дополнительных общеобразовательных программ, способствующих социально-психологической реабилитации, профессиональному самоопределению детей с ограниченными возможностями здоровья, включая детей-инвалидов, с учетом их особых образовательных потребностей»).

21. Приказом Министерства науки и высшего образования РФ и Министерства просвещения РФ от 5 августа 2020 г. N 882/391 «Об организации и осуществлении образовательной деятельности при сетевой форме реализации образовательных программ».

22. Письмом Министерства Просвещения Российской Федерации от 29 сентября 2023 г. № АБ-3935/06 «О методических рекомендациях»;

23. Письмом Минобрнауки России от 18.11.2015 №09-3242 «О направлении информации» (вместе с «Методическими рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы)»).

24. Приказом Министерства просвещения РФ №467 от 3 сентября 2019 г. «Об утверждении Целевой модели развития региональных систем дополнительного образования детей».

25. Федеральной практикой №46890 «Дорожная карта» по взаимодействию школ и социального бизнеса» (размещенной на федеральной платформе лучших практик "Смартека" (<https://smarteka.com/practices/doroznaa-karta-po-vzaimodejstviu-skol-i-socialnogo-biznesa>)).

Направленность программы. Программа имеет естественнонаучную направленность.

В структуре изучаемого курса выделяются следующие три раздела:

- «Контрольно-измерительные материалы ЕГЭ по математике профильного уровня»
- «Тематические блоки»
- «Тренинг по вариантам».

Изучение контрольно-измерительных материалов позволит учащимся не только познакомиться со структурой и содержанием экзамена, но и произвести самооценку своих знаний на данном этапе, выбрать темы, требующие дополнительного изучения, спланировать дальнейшую подготовку к ЕГЭ.

Программа разработана для учащихся 11 класса на основе демоверсии КИМов единого государственного экзамена 2025 по математике.

Программа охватывает углубленное изучение тем предмета «Математика», необходимых для подготовки к ЕГЭ профильного уровня. Данная программа обеспечивает систематизирование знаний и умений по предмету «Математика», а также помогает систематизировать отработку навыков решения заданий ЕГЭ.

Новизна программы заключается в том, что в процессе реализации курса активно применяются интерактивные методы обучения и современный цифровой инструментарий, применение которого формирует у обучающихся навыки цифровой работы, необходимых учащимся как в рамках математического образования, так и в рамках проектной деятельности. Программа использует такие средства, как интерактивные доски с совместным доступом, онлайн-тесты, графические редакторы, открытые образовательные ресурсы и т.д.

Важной особенностью является развитие не только предметных знаний, но и формирование метапредметных навыков, включая командную работу, креативное и критическое мышление и способность применять математические знания в нестандартных ситуациях.

Социально-экономическое развитие муниципального образования и региона.

Программа формирует навык планирования инвестиций в себя и развития *hardskills* и *softskills*, применимых в дальнейшем при формировании социального профессионального капитала, что даст измеримый социальный эффект как для работодателя, так и для его команды.

Программа направлена на формирование универсальных социально значимых компетенций, развитие компетентности функционально грамотного человека, необходимых для специалиста XXI века.

Актуальность программы.

- Востребованность направления. Большинство школьников выбирают для поступления в вузы технологические, экономические, инженерные направления.
- Подготовка к ЕГЭ. Единый государственный экзамен по математике является важным экзаменом для многих выпускников, которые планируют поступать в вузы. Программа помогает студентам освоить ключевые темы, которые часто встречаются на экзамене, и развить необходимые навыки для успешной сдачи.
- Углубленное изучение математики. Дополнительное изучение важных разделов математики, которые имеют широкое применение в различных областях, включая физику, инженерию, экономику и другие.
- Олимпиадное движение. Программа способствует мотивированию детей апробировать навыки, полученные в рамках курса, в олимпиадном движении, в том числе НТО (Национальная технологическая олимпиада).
- Подготовка к будущей профессии. Математические навыки будут полезными во многих профессиональных областях. Программа помогает учащимся приобрести эти навыки и подготовиться к будущей карьере.
- Развитие аналитического мышления. Программа способствует развитию навыков проблемного и аналитического решения. Эти навыки являются важными не только для математики, но и для решения сложных задач в различных сферах жизни.

Педагогическая целесообразность программы направлена на развитие и формирование интеллектуальных и творческих способностей ребенка, развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры и критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, а также для продолжения образования и самообразования.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель: формирование систематизированных знаний и умений в области математики, освоение и углубление знаний по основным математическим концепциям и методам, развитие аналитического мышления и навыков самостоятельного решения задач, а также подготовка к выбору профессиональной деятельности, связанной с применением математических знаний.

Задачи программы:

Образовательные:

- Подготовка к ЕГЭ. Основная задача программы - обучить учащихся всем необходимым знаниям и навыкам для успешной сдачи ЕГЭ по математике, включая разделы тригонометрия, логарифмы и планиметрия.
- Углубленное понимание материала. Программа направлена на глубокое понимание математических концепций и методов в контексте основных разделов.

Метапредметные:

- Развитие аналитического мышления. Задачи программы помогают развивать у учащихся навыки анализа и решения сложных математических задач.
- Способность к логическому и рациональному мышлению.
- Навыки решения задач. Программа включает в себя разнообразные задачи, которые помогают учащимся научиться эффективно решать задачи в различных областях математики.

Личностные:

- Самостоятельность. Школьники учатся самостоятельно работать с материалом, что развивает у них навык самоорганизации и самообразования.
- Самодисциплина. Работа над математикой требует систематичности и упорства. Программа способствует развитию самодисциплины у студентов.
- Объединение этих задач в программе позволяет студентам не только успешно сдать ЕГЭ по математике, но и развивать широкий спектр навыков, полезных в образовании и жизни.
- Формирование устойчивой мотивации к повышению своего образовательного и предпрофессионального уровня.

Отличительная особенность программы.

Курс разработан с учетом тенденций развития современных информационных технологий. Отличительной особенностью данной программы от программы «Подготовка к ЕГЭ по математике» (автор-составитель педагог дополнительного образования Одегова Светлана Петровна, МБУ ДО «Гуманитарный центр интеллектуального развития», г. Тольятти) является использование различные интерактивных ресурсов и онлайн-инструментов с целью помочь учащимся более эффективно изучать материал. Цифровой инструментарий включает в себя:

- Интерактивные задачи для закрепления материала и проверки своих знаний.
- Онлайн-тестирование.
- Интерактивные доски для совместного доступа, а также создания графиков, чертежей и других наглядных материалов.
- Видеоуроки для освоения более сложных тем, которые могут быть трудными для понимания только на основе текстовых материалов.
- Открытые образовательные онлайн-ресурсы: банки заданий ЕГЭ, справочники, тренажеры и т.п.

Адресат программы

Программа рекомендована учащимся 16 лет и старше, планирующим сдавать ЕГЭ по математике профильного уровня.

Объем и срок реализации программы

Программа рассчитана на 9 месяцев (68 часов).

Формы и режим занятий

Форма обучения – очная. Программа может быть реализована в том числе с применением дистанционных образовательных технологий.

Периодичность занятий – 2 раза в неделю.

Продолжительность одного занятия – 40 мин.

Виды занятий:

- лекционная (получение нового материала);
- практикум (учащиеся выполняют практические работы);
- самостоятельная (учащиеся выполняют индивидуальные задания и самостоятельно прорабатывают дополнительный учебный материал).

Планируемые результаты.

Предметные:

- углубленное знание математических концепций. Учащиеся будут обладать глубоким пониманием основных разделов математики, а также смогут применять их в разнообразных математических задачах;
- уверенность в сдаче ЕГЭ. Программа помогает учащимся накопить достаточный объем знаний и навыков для успешной сдачи ЕГЭ по математике профильного уровня.

Метапредметные:

- развитие умений решения задач. Учащиеся будут обладать навыками анализа, поиска решений и применения математических методов к различным задачам;
- развитие логического мышления. Программа способствует развитию способности к логическому и абстрактному мышлению, что полезно не только в математике, но и в других предметах, и в жизни;
- развитие критического мышления, формирование 4К-компетенций у учащихся.

Личностные:

- способность и готовность к общению и сотрудничеству со сверстниками и взрослыми в процессе образовательной, общественно-полезной, учебно-исследовательской, творческой деятельности;
- способность связать учебное содержание с собственным жизненным опытом, понять значимость подготовки в области математики;
- готовность к повышению своего образовательного уровня и продолжению обучения и самообразования;
- развитие навыка самостоятельной учебы и решения проблем, что может быть полезно в будущей карьере и образовании.

Формы подведения итогов реализации дополнительной образовательной программы. Итоги подводятся в форме пробного экзамена по математике.

Каждое занятие тематических блоков может быть построено по следующему алгоритму:

1. Изучение основного теоретического материала.
2. Повторение основных методов решения заданий по теме.
3. Совместное решение заданий формата ЕГЭ.
4. Самостоятельная работа учащихся по решению заданий.

Раздел 2. «Комплекс организационно-педагогических условий, включающий формы аттестации»

2.1. Учебный план

Наименование раздела	Содержание
Входной контроль	<i>Тестирование по курсу 7-10 класса.</i>
Контрольно-измерительные материалы ЕГЭ по математике профильного уровня 1 ч	Основные подходы к разработке контрольных измерительных материалов ЕГЭ по математике профильного уровня. ЕГЭ как форма независимой оценки уровня учебных достижений выпускников 11 класса. Особенности проведения ЕГЭ по математике. Специфика тестовой формы контроля. Виды тестовых заданий. Структура и содержание КИМов по математике профильного уровня. Основные термины ЕГЭ.
Тематические блоки 30 ч	АЛГЕБРА Повторение теоретических сведений и способов решения заданий по теме. Разбор тренировочных заданий на числа (целые, дробные, рациональные) корни, степени, основы тригонометрии, логарифмы, преобразование выражений. Уравнения и неравенства Повторение способов решения заданий по данной теме. Решение заданий из демонстрационных вариантов на различные виды уравнений и неравенств. Функции Повторение теоретических сведений и способов решения заданий по теме. Разбор тренировочных заданий на определение и график функции, элементарное исследование функций, основные элементарные функции Начала математического анализа Ключевые понятия, которые связаны с применением производной. Разбор заданий на нахождение производной, исследование функций, первообразная и интеграл. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей Основные термины комбинаторики, статистики и теории вероятностей. Теоремы о вероятностях событий. Решение демонстрационных заданий по теме.
Промежуточное тестирование 1 ч	<i>Тестирование в формате ЕГЭ по математике профильного уровня</i>
Тематические блоки 24 ч	ГЕОМЕТРИЯ Повторение теоретических сведений планиметрии и стереометрии. Разбор заданий из демонстрационных вариантов на применение теоретического материала из разделов «Планиметрия», «Стереометрия», прямые и плоскости в пространстве, многогранники, тела и поверхности вращения, измерение геометрических величин, координаты и векторы.
Тренинг по вариантам 10 ч	Выполнение тренировочных заданий. Проведение пробного ЕГЭ с последующим разбором результатов.
Итоговое тестирование 2 ч	<i>Тестирование в формате ЕГЭ по математике профильного уровня.</i>
Всего	68

2.2. Содержание учебного плана

1. Входное тестирование

2. Вычисления и преобразования

2.1. Преобразования числовых рациональных и иррациональных выражений, алгебраических выражений и дробей. Вычисление значений степенных выражений. Действия со степенями.

2.2. Преобразования числовых и буквенных логарифмических выражений

2.3. Вычисление значений тригонометрических выражений. Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений

3. Простейшие уравнения.

3.1. Линейные, квадратные, кубические уравнения

3.2. Рациональные и иррациональные уравнения

3.3. Показательные и логарифмические уравнения

3.4. Тригонометрические уравнения

Тематический контроль

4. Планиметрия.

4.1. Решение прямоугольного треугольника

4.2. Решение прямоугольного треугольника

4.3. Решение равнобедренного треугольника

4.4. Четырехугольники. Параллелограмм. Ромб. Трапеция

4.5. Центральные и вписанные углы. Касательная, хорда, секущая

4.6. Вписанные и описанные окружности

5. Текстовые задачи

5.1. Задачи на движение. Задачи на совместную работу

5.2. Проценты, сплавы, смеси. Прогрессия

Тематический контроль

6. Производная и первообразная

6.1. Геометрический и физический смысл производной. Применение производной к исследованию функций. Первообразная

6.2. Наибольшее и наименьшее значение функций

6.3. Исследование функций без помощи производной

7. Задачи с прикладным содержанием

7.1. Линейные, квадратные и степенные уравнения и неравенства

7.2. Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства

7.3. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства

7.4. Тригонометрические уравнения и неравенства

Тематический контроль

8. Теория вероятности

8.1. Классическое определение

8.2. Теоремы о вероятностях событий

- 9. Графики функций
- 9.1. Парабола
- 9.2. Гипербола
- 9.3. Показательная и логарифмическая функция
- 9.4. Линейная и кусочно-линейная функция
- 9.5. Тригонометрические функции

Промежуточное тестирование

- 10. Решение уравнений развернутой части
- 10.1. Рациональные и иррациональные уравнения
- 10.2. Показательные уравнения
- 10.3. Логарифмические уравнения
- 10.4. Тригонометрические уравнения. Разложение на множители
- 10.5. Тригонометрические уравнения. Исследование ОДЗ

Тематический контроль

- 11. Решение неравенств развернутой части
- 11.1. Рациональные и иррациональные неравенства
- 11.2. Показательные неравенства
- 11.3. Логарифмические неравенства
- 11.4. Неравенства с модулем
- 11.5. Смешанные неравенства

Тематический контроль

- 12. Финансовая математика
- 12.1. Вклады.
- 12.2. Кредиты. Разбор типовых заданий
- 12.3. Решение задач на кредиты
- 12.4. Задачи на оптимальный выбор

Тематический контроль

- 13. Стереометрия
- 13.1. Куб. Прямоугольный параллелепипед
- 13.2. Элементы составных многогранников. Площадь поверхности и объем составного многогранника
- 13.3. Призма. Пирамида. Комбинации тел
- 13.4. Цилиндр. Конус. Шар
- 13.5. Расстояние между прямыми и плоскостями
- 13.6. Расстояние от точки до прямой и до плоскости
- 13.7. Сечения многогранников. Объемы многогранников
- 13.8. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью. Угол между скрещивающимися прямыми
- 14. Решение планиметрических задач развернутой части
- 14.1. Многоугольники и их свойства
- 14.2. Окружности и системы окружностей
- 14.3. Окружности и треугольники. Окружности и четырехугольники
- 14.4. Решение задач тематическому блоку

Тематический контроль

15. Задачи с параметром

15.1. Уравнения и неравенства с параметром

15.2. Аналитическое решение уравнений, неравенств, систем

15.3. Уравнение окружности

15.4. Расположение корней квадратного трехчлена. Расстояние между точками

16. Числа и их свойства

16.1. Числа и их свойства

16.2. Числовые наборы на карточках и досках

16.3. Последовательности и прогрессии

16.4. Сюжетные задачи

Итоговое тестирование

2.3. Календарно-учебный график

п/п	Тема занятия	Дата по плану	Дата по факту
1	Входное тестирование	3.09	
2	Преобразования числовых рациональных и иррациональных выражений, алгебраических выражений и дробей. Действия со степенями.	5.09	
3	Преобразования числовых и буквенных логарифмических выражений	10.09	
4	Вычисление значений тригонометрических выражений. Преобразования числовых и буквенных тригонометрических выражений	12.09	
5	Линейные, квадратные, кубические уравнения	17.09	
6	Рациональные и иррациональные уравнения	19.09	
7	Показательные и логарифмические уравнения	24.09	
8	Тригонометрические уравнения	26.09	
9	Тематический контроль	1.10	
10	Решение прямоугольного треугольника	3.10	
11	Решение прямоугольного треугольника	8.10	
12	Решение равнобедренного треугольника	10.10	
13	Четырехугольники. Параллелограмм. Ромб. Трапеция	15.10	
14	Центральные и вписанные углы. Касательная, хорда, секущая	17.10	
15	Вписанные и описанные окружности	22.10	
16	Задачи на движение. Задачи на совместную работу	24.10	
17	Проценты, сплавы, смеси. Прогрессия	5.11	
18	Тематический контроль	7.11	
19	Геометрический и физический смысл производной. Применение производной к исследованию функций. Первообразная	12.11	
20	Наибольшее и наименьшее значение функций	14.11	
21	Исследование функций без помощи производной	19.11	
22	Линейные, квадратные и степенные уравнения и неравенства	21.11	
23	Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства	26.11	
24	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	28.11	
25	Тригонометрические уравнения и неравенства	3.12	
26	Классическое определение	5.12	
27	Теоремы о вероятностях событий	10.12	

28	Парабола	12.12	
29	Гипербола	17.12	
30	Показательная и логарифмическая функция	19.12	
31	Линейная и кусочно-линейная функция	24.12	
32	Тригонометрические функции	26.12	
33	Промежуточное тестирование	2.01	
34	Рациональные и иррациональные уравнения	7.01	
35	Показательные уравнения	9.01	
36	Логарифмические уравнения	14.01	
37	Тригонометрические уравнения. Разложение на множители	16.01	
38	Тригонометрические уравнения. Исследование ОДЗ	21.01	
39	Тематический контроль	23.01	
40	Рациональные и иррациональные неравенства	28.01	
41	Показательные неравенства	4.02	
42	Логарифмические неравенства	6.02	
43	Неравенства с модулем	11.02	
44	Смешанные неравенства	13.02	
45	Тематический контроль	18.02	
46	Вклады. Разбор типовых заданий	20.02	
47	Кредиты. Разбор типовых заданий	25.02	
48	Решение задач на кредиты	27.02	
49	Задачи на оптимальный выбор	3.03	
50	Тематический контроль	5.03	
51	Куб. Прямоугольный параллелепипед	10.03	
52	Элементы составных многогранников. Площадь поверхности и объем составного многогранника	12.03	
53	Призма. Пирамида. Комбинации тел	17.03	
54	Цилиндр. Конус. Шар	19.03	
55	Расстояние между прямыми и плоскостями. Расстояние от точки до прямой и до плоскости	24.03	
56	Сечения многогранников. Объёмы многогранников	26.03	
57	Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью. Угол между скрещивающимися прямыми	2.04	
58	Многоугольники и их свойства	7.04	
59	Окружности и системы окружностей	9.04	
60	Окружности и треугольники. Окружности и четырёхугольники	14.04	
61	Решение задач тематическому блоку	16.04	
62	Тематический контроль	21.04	
63	Уравнения и неравенства с параметром	23.04	
64	Аналитическое решение уравнений, неравенств, систем. Уравнение окружности	28.04	
65	Числа и их свойства. Числовые наборы на карточках и досках	5.05	
66	Последовательности и прогрессии	7.05	
67	Сюжетные задачи	12.05	
68	Итоговое тестирование	14.05	

2.4. Методическое обеспечение программы

Учебные материалы:

- Учебники и пособия по математике профильного уровня.
- Методические рекомендации для учеников.
- Методические рекомендации для преподавателей.

Тренировочные задания:

- Пробные тесты и варианты ЕГЭ.
- Задачи для самостоятельного и группового решения.

Онлайн-ресурсы:

- Видеоуроки и лекции.
- Платформы для интерактивного обучения.

Методы оценки:

- Критерии оценки выполнения заданий.
- Входные, промежуточные и итоговые тестирования.

Дополнительные материалы:

- Справочные таблицы и формулы.
- Примеры решения типовых задач.

2.5. Критерии оценивания. Требования к уровню подготовки учащихся:

Знать:

- Основные особенности осуществления единого государственного экзамена по математике;
- Структуру и содержание контрольных измерительных материалов ЕГЭ по математике;
- Основные термины разделов «Алгебра», «Геометрия», «Теория вероятности»;
- Уравнения и неравенства;
- Функции и их графики;
- Начала математического анализа;
- Геометрический материал;
- Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Уметь:

- выполнять вычисления и преобразования;
- решать уравнения и неравенства;
- выполнять действия с функциями;
- выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- строить и исследовать простейшие математические модели;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Формы отслеживания и фиксации образовательных результатов.

1. Входная аттестация проводится в виде тестирования по материалам 5-10 класса по математике на платформе Online Test Pad (Приложение 1).
2. Промежуточная аттестация проводится в виде тематических тестирований или практических заданий по пройденным разделам и фиксируется в Индивидуальной диагностической карте обучающегося (Приложение 2).
3. Форма итоговой аттестации – итоговое тестирование по тематическим разделам, пробное тестирование в формате ЕГЭ (Приложение 3) на экзаменационном бланке (Приложение 4).

2.6. Список использованной литературы

1. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2025 года по математике (Профильный уровень), 11 класс. «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»: 2024.
2. Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников образовательных

организаций для проведения единого государственного экзамена по математике, 11 класс. «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»: 2024.

3. Лысенко Ф. Ф., Кулабухов С. Ю. Подготовка к ЕГЭ-2025. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2025 года / – М.: Издательство «Легион», 2024. – 368 с.

4. Мошелла Д. Путеводитель по цифровому будущему: Отрасли, организации и профессии – М. – 2020. – 215 с.

5. Мучински П. Психология, профессия, карьера. - СПб, 2004. – 178 с.

6. Оакли Б. Думай как математик: как решать любые задачи быстрее и эффективнее. – Издательство: «Альпина Паблишер», 2024. – 288 с.

7. Пряжников, Н. С. Профориентация в школе: игры, упражнения, опросники / Н. С. Пряжников. - Москва: Вако, 2020. - 288 с. - ISBN 978-5-408-04892-3.

8. Сергеев И.Н. ЕГЭ 2023. Тематический тренажёр. Математика. Профильный уровень: задания части 2 – М.: УЧПЕДГИЗ, 2021. – 94 с.

9. Степанский В. И. Психологические факторы выбора профессии: теория, эксперимент: учебно-методическое пособие. - Москва: Московский психолого-социальный ин-т, 2006. - 108 с.

10. Ткачук В. В. Математика абитуриенту. Справочники и сборники задач по математике / – М.: Издательство МЦНМО, 2024. – 960 с.

11. Яценко В.И. ЕГЭ 2025. Математика. 36 вариантов. Профильный уровень. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ / – М.: Издательство «Экзамен», издательство МЦНМО. 2024. – 224 с.

Интернет-ресурсы

1. ЕГЭ по математике Профиль 2025. Открытый банк заданий с ответами и решениями. URL: <https://math100.ru/ege-profil2024/>

2. Образовательный портал. URL: <http://www.ege.edu.ru>

3. Публикации Статград. URL: <https://statgrad.org/>

4. Федеральный институт педагогических измерений. URL: <http://www.fipi.ru/>

5. Федеральный портал «Российское образование». URL: <http://edu.ru/>

Входное тестирование

Ссылка для прохождения тестирования:

<https://onlinetestpad.com/hj7klqyy6lzfc>



Индивидуальная диагностическая карта обучающегося

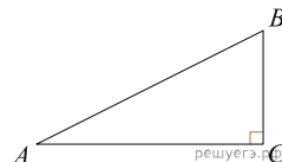
№	Тема проверочной работы	Дата проведения	Количество набранных баллов	Максимальное количество баллов	Процент выполнения
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
...					

Итоговое тестирование

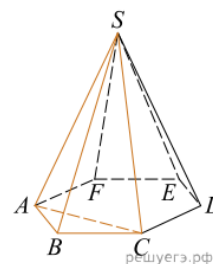
1. Сторона AB треугольника ABC с тупым углом C равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



2. В прямоугольном треугольнике ABC катет AC равен $\sqrt{3}$. Найдите скалярное произведение $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.



3. Найдите объём правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$, если объём треугольной пирамиды $SABC$ равен 33.



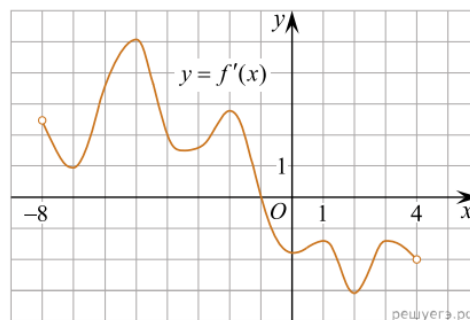
4. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1.

5. Какова вероятность того, что случайно выбранный телефонный номер оканчивается двумя чётными цифрами?

6. Решите уравнение $\frac{13x}{2x^2 - 7} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

7. Найдите значение выражения $\frac{g(x-9)}{g(x-11)}$, если $g(x) = 8^x$.

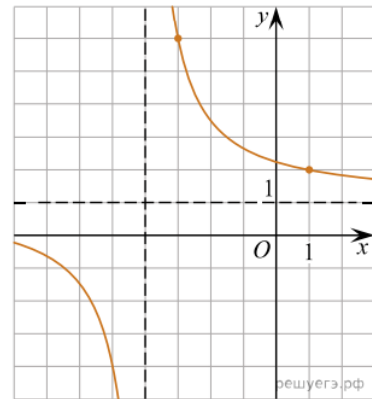
8. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?



9. При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решетку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1600 нм?

10. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{kx+a}{x+b}$. Найдите k .



12. Найдите точку максимума функции $y = 11^{6x-x^2}$.

13. а) Решите уравнение $8 \sin^2 \left(\frac{7\pi}{12} + x \right) - 2\sqrt{3} \cos 2x = 5$.

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2} \right]$.

14. Дана пирамида $SABC$, в которой $SC = SB = AB = AC = \sqrt{17}$, $SA = BC = 2\sqrt{5}$.

- а) Докажите, что ребро SA перпендикулярно ребру BC .
б) Найдите расстояние между ребрами BC и SA .

15. Решите неравенство: $\left(\frac{10}{5x-21} + \frac{5x-21}{10} \right)^2 \leq \frac{25}{4}$.

16. Известно, что вклад, находящийся в банке с начала года, возрастает к концу года на определенный процент, свой для каждого банка. В начале года Степан положил 60% некоторой суммы денег в первый банк, а оставшуюся часть суммы во второй банк. К концу года сумма этих вкладов стала равна 590 000 руб., а к концу следующего года 701 000 руб. Если бы Степан первоначально положил 60% своей суммы во второй банк, а оставшуюся часть в первый, то по истечении одного года сумма вкладов стала бы равной 610 000 руб. Какова была бы сумма вкладов в этом случае к концу второго года?

17. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . Точки M и N являются серединами сторон AB и CD соответственно. Окружность, проходящая через точки B и C , пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q (отличных от концов отрезков).

- а) Докажите, что точки M , N , P и Q лежат на одной окружности.
б) Найдите QN , если отрезки DP и PC перпендикулярны, $AB = 21$, $BC = 4$, $CD = 20$, $AD = 17$.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = x - 2|x| + |x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a|$$

больше -4 ?

19. а) Существуют ли двузначные натуральные числа m и n такие, что $\left| \frac{m}{n} - \sqrt{2} \right| \leq \frac{1}{100}$?

- б) Существуют ли двузначные натуральные числа m и n такие, что $\left| \frac{m^2}{n^2} - 2 \right| \leq \frac{1}{10000}$?

- в) Найдите все возможные значения натурального числа n при каждом которых значение выражения $\left| \frac{n+10}{n} - \sqrt{2} \right|$ будет наименьшим.

№ п/п	№ задания	Ответ
<u>1</u>	27922	150
<u>2</u>	654449	3
<u>3</u>	509573	198
<u>4</u>	320209	0,25
<u>5</u>	509352	0,25
<u>6</u>	77367	-0,5
<u>7</u>	77401	64
<u>8</u>	27492	-7
<u>9</u>	28008	30
<u>10</u>	323852	8,4
<u>11</u>	508993	1
<u>12</u>	245181	3
<u>13</u>	521994	а) $x = -\frac{\pi}{12} + \pi k$, $x = -\frac{5\pi}{12} + \pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{41\pi}{12}$; $-\frac{37\pi}{12}$.
<u>14</u>	525118	б) $\sqrt{7}$.
<u>15</u>	508397	$\left[\frac{1}{5}; \frac{16}{5}\right] \cup \left[\frac{26}{5}; \frac{41}{5}\right]$.
<u>16</u>	508682	749 000 руб.
<u>17</u>	525120	б) $\frac{336}{65}$.
<u>18</u>	525122	$-1,25 < a < 2$.

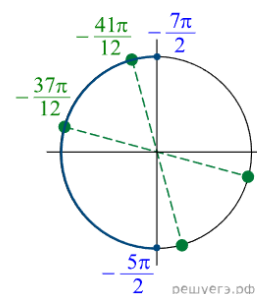
Развернутое решение заданий части 2:

13. а) Решите уравнение $8 \sin^2 \left(\frac{7\pi}{12} + x \right) - 2\sqrt{3} \cos 2x = 5$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2} \right]$.

Решение. а) Заметим, что $\sin \left(\frac{7\pi}{12} + x \right) = \sin \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12} + x \right) = \cos \left(\frac{\pi}{12} + x \right)$. Преобразуем уравнение:

$$\begin{aligned}
 8 \sin^2 \left(\frac{7\pi}{12} + x \right) - 2\sqrt{3} \cos 2x &= 5 \Leftrightarrow 8 \cos^2 \left(\frac{\pi}{12} + x \right) - 2\sqrt{3} \cos 2x = 5 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow 4 \left(2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{12} + x \right) - 1 \right) + 4 - 2\sqrt{3} \cos 2x &= 5 \Leftrightarrow 4 \cos \left(\frac{\pi}{6} + 2x \right) + 4 - 2\sqrt{3} \cos 2x = 5 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow 4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) + 4 - 2\sqrt{3} \cos 2x &= 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \cos 2x - 2 \sin 2x - 2\sqrt{3} \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow 2 \sin 2x &= -1 \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k, \\ 2x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + \pi k, \\ x = -\frac{5\pi}{12} + \pi k, \end{cases} k \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$



б) С помощью числовой окружности (см. рис.) отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2} \right]$. Получим числа $-\frac{41\pi}{12}$; $-\frac{37\pi}{12}$.

Ответ: а) $x = -\frac{\pi}{12} + \pi k$, $x = -\frac{5\pi}{12} + \pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{41\pi}{12}$; $-\frac{37\pi}{12}$.

14. Дана пирамида $SABC$, в которой $SC = SB = AB = AC = \sqrt{17}$, $SA = BC = 2\sqrt{5}$.

а) Докажите, что ребро SA перпендикулярно ребру BC .

б) Найдите расстояние между ребрами BC и SA .

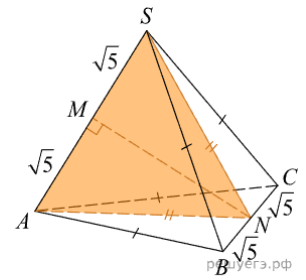
Решение. а) Заметим, что треугольники SBC и ABC равны по трем сторонам. Они являются равнобедренными и имеют общее основание. Проведем медианы SN и AN к этому основанию. Они попадут в одну точку N , которая является серединой BC и будут являться высотами данных треугольников. Тем самым, прямая BC перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости ASN , а значит, и всей этой плоскости. Но тогда прямая BC перпендикулярна любой прямой плоскости ASN . В частности, перпендикулярна прямой SA .

б) Построим высоту NM треугольника ASN . Заметим, что NM является общим перпендикуляром прямых AS (по построению) и BC , поскольку NM лежит в плоскости ASN . Тогда длина NM и есть искомое расстояние между скрещивающимися прямыми AS и BC .

Заметим, что $SN = AN = \sqrt{17 - 5} = \sqrt{12}$. Тогда треугольник ASN равнобедренный, его высота NM является также медианой, а тогда из прямоугольного треугольника AMN находим:

$$NM = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{12 - 5} = \sqrt{7}.$$

Ответ: б) $\sqrt{7}$.

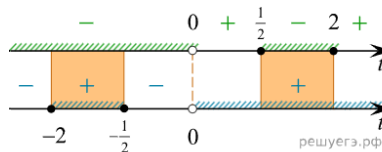


15. Решите неравенство: $\left(\frac{10}{5x-21} + \frac{5x-21}{10}\right)^2 \leq \frac{25}{4}$.

Решение. Сделаем замену $t = \frac{5x-21}{10}$, получаем:

$$\left(\frac{1}{t} + t\right)^2 \leq \frac{25}{4} \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq \frac{1}{t} + t \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow -5 \leq \frac{2t^2 + 2}{t} \leq 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2t^2 - 5t + 2}{t} \leq 0, \\ \frac{2t^2 + 5t + 2}{t} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} t < 0, \\ \frac{1}{2} \leq t \leq 2, \end{cases} \\ \begin{cases} -2 \leq t \leq -\frac{1}{2}, \\ t > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq t \leq -\frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2} \leq t \leq 2. \end{cases}$$



Возвращаясь к исходной переменной, получаем:

$$\begin{cases} 5 \leq 5x - 21 \leq 20, \\ -20 \leq 5x - 21 \leq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{26}{5} \leq x \leq \frac{41}{5}, \\ \frac{1}{5} \leq x \leq \frac{16}{5}. \end{cases}$$

Ответ: $\left[\frac{1}{5}; \frac{16}{5}\right] \cup \left[\frac{26}{5}; \frac{41}{5}\right]$.

16. Известно, что вклад, находящийся в банке с начала года, возрастает к концу года на определенный процент, свой для каждого банка. В начале года Степан положил 60% некоторой суммы денег в первый банк, а оставшуюся часть суммы во второй банк. К концу года сумма этих вкладов стала равна 590 000 руб., а к концу следующего года 701 000 руб. Если бы Степан первоначально положил 60% своей суммы во второй банк, а оставшуюся часть в первый, то по истечении одного года сумма вкладов стала бы равной 610 000 руб. Какова была бы сумма вкладов в этом случае к концу второго года?

Решение. Пусть у Степана было x тыс. руб., первый банк дает $a\%$ годовых, второй — $b\%$ годовых. Тогда в конце года сумма вклада в первом банке увеличится в $m = 1 + 0,01a$ раз, а во втором банке в $n = 1 + 0,01b$ раз.

Степан положил в первый и второй банк 60% и 40% своего капитала, по прошествии одного года на счетах в банках было $0,6xm + 0,4xn = 590$ тыс. руб. соответственно. Если бы Степан первоначально положил 40% капитала в первый банк, а 60% капитала во второй банк, то через год на счетах было бы $0,4xm + 0,6xn = 610$ тыс. руб.

Решая систему уравнений

$$\begin{cases} 0,6xm + 0,4xn = 590, \\ 0,4xm + 0,6xn = 610, \end{cases}$$

относительно xm и xn находим: $xm = 550$, $xn = 650$, $\frac{m}{n} = \frac{11}{13}$, $m = \frac{11}{13}n$.

К концу второго года сумма вкладов достигла величины

$$0,6xm^2 + 0,4xn^2 = 0,6 \cdot 550 \cdot m + 0,4 \cdot 650 \cdot n = 330 \cdot \frac{11}{13}n + 260n = \frac{3630n}{13} + 260n = \frac{7010}{13}n.$$

По условию, она равна 701 тыс. руб., откуда имеем:

$$\frac{7010}{13}n = 701 \Leftrightarrow n = 1, 3.$$

Тогда $m = 1, 1$, $x = 500$, а искомая величина суммы вклада к концу второго года при вложении 40% капитала в первый банк и 60% во второй равна

$$0,4xm^2 + 0,6xn^2 = 0,4 \cdot 500 \cdot 1,1^2 + 0,6 \cdot 500 \cdot 1,3^2 = 242 + 507 = 749 \text{ тыс. руб.}$$

Ответ: 749 000 руб.

17. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . Точки M и N являются серединами сторон AB и CD соответственно. Окружность, проходящая через точки B и C , пересекает отрезки BM и CN в точках P и Q (отличных от концов отрезков).

а) Докажите, что точки M, N, P и Q лежат на одной окружности.

б) Найдите QN , если отрезки DP и PC перпендикулярны, $AB = 21$, $BC = 4$, $CD = 20$, $AD = 17$.

Решение. а) По условию, четырёхугольник $PBCQ$ вписанный. Значит, $\angle BCQ + \angle BPQ = 180^\circ$. Отрезок MN — средняя линия трапеции $ABCD$, она параллельна основанию BC , а тогда $\angle BCQ + \angle QNM = 180^\circ$ как односторонние углы при параллельных прямых. Следовательно, $\angle BPQ = \angle QNM$. Для смежных углов справедливо равенство $\angle BPQ + \angle MPQ = 180^\circ$, а значит, $\angle QNM + \angle MPQ = 180^\circ$. В четырёхугольнике $MPQN$ сумма противоположных углов равна 180° , поэтому вокруг него можно описать окружность. Тем самым, точки M, N, P и Q лежат на одной окружности, что и требовалось доказать.

б) Пусть $\angle QNM = \angle QDA = \alpha$ (эти углы равны как соответственные углы при параллельных прямых). В пункте а) было показано, что $\angle QNM + \angle MPQ = 180^\circ$, это означает, что $\angle QDA + \angle MPQ = 180^\circ$, и, следовательно, точки A, D, P и Q тоже лежат на одной окружности.

Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу окружности, равны. Следовательно, $\angle PBQ = \angle PCQ$ и $\angle PAQ = \angle PDQ$. Значит, треугольники DPC и AQB подобны по двум углам. Следовательно, $\angle AQB = \angle DPC = 90^\circ$, так как по условию DP и PC перпендикулярны.

В прямоугольном треугольнике AQB точка M — середина гипотенузы. Следовательно, $MQ = AM = MB = \frac{AB}{2} = \frac{21}{2} = 10,5$. С другой стороны, средняя линия трапеции $MN = \frac{AD + BC}{2} = \frac{4 + 17}{2} = 10,5$. Значит, треугольник NMQ равнобедренный и в нём $QN = 2 \cdot MN \cdot \cos \alpha = 21 \cos \alpha$. Осталось найти косинус угла CDA .

Для этого на отрезке AD отметим точку E , так что $AE = BC = 4$, тогда $DE = 13$, $CE = 21$. Для треугольника CDE запишем теорему косинусов: $CE^2 = DE^2 + CD^2 - 2DE \cdot CD \cdot \cos \alpha$, откуда выразим косинус угла CDE :

$$\cos \alpha = \frac{DE^2 + CD^2 - CE^2}{2DE \cdot CD} = \frac{13^2 + 20^2 - 21^2}{2 \cdot 13 \cdot 20} = \frac{16}{65}.$$

Итак,

$$QN = 21 \cos \alpha = 21 \cdot \frac{16}{65} = \frac{336}{65}.$$

Приведем другое решение пункта б):

Заметим, что раз треугольник PDC — прямоугольный, то $PN = CN = ND = 10$, $MN = \frac{17+4}{2} = 10,5$ — средняя линия трапеции $ABCD$. Зная боковые стороны и основания трапеции, нетрудно найти ее высоту из треугольника CED со сторонами 21, 20 и 13: $h = \frac{252}{13}$. Отсюда найдем $\sin \angle BAD = \frac{252}{21} = \frac{12}{13}$, $\sin \angle CDA = \frac{252}{20} = \frac{63}{65}$. Теперь, так как $\angle PMN = \angle BAD$, по теореме синусов для треугольника MPN , можем найти радиус окружности, описанной около $MPQN$:

$$R = \frac{PN}{2 \sin \angle PMN} = \frac{10}{2 \cdot \frac{12}{13}} = \frac{65}{12}.$$

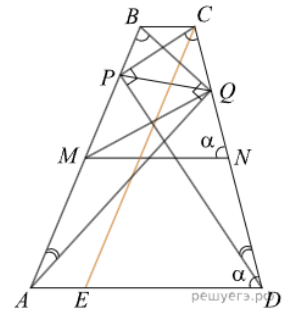
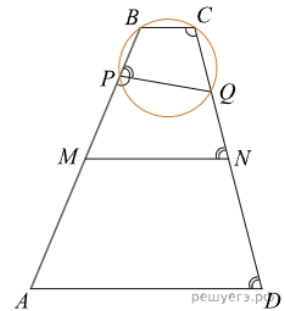
Так как $\angle QNM = \angle CDA$, найдем MQ по теореме синусов для треугольника MQN :

$$MQ = 2R \sin \angle QNM = 2 \cdot \frac{65}{12} \cdot \frac{63}{65} = \frac{21}{2}.$$

Таким образом, треугольник MQN — равнобедренный:

$$\begin{aligned} QN &= 2 \cdot MN \cdot \cos \angle MNQ = 2 \cdot \frac{21}{2} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{63}{65}\right)^2} = \\ &= 21 \cdot \frac{\sqrt{65^2 - 63^2}}{65} = \frac{21}{65} \sqrt{2 \cdot 128} = \frac{21 \cdot 16}{65} = \frac{336}{65}. \end{aligned}$$

Ответ: б) $\frac{336}{65}$.



18. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = x - 2|x| + |x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a|$$

больше -4 ?

Решение. Заметим, что наименьшее значение функции больше -4 , если все значения функции больше -4 . Заданная функция непрерывна и на бесконечностях стремится к плюс бесконечности. Поэтому при любом значении параметра она достигает своего наименьшего значения. Тогда задачу можно переформулировать так: требуется найти все значения a , при каждом из которых неравенство

$$x - 2|x| + |x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a| > -4 \quad (*)$$

выполняется при всех значениях x .

Запишем неравенство в виде

$$|(x-a)(x-a-2)| > -4 - x + 2|x|,$$

и построим графики левой и правой частей неравенства $t(x) = |(x-a)(x-a-2)|$ и $s(x) = -4 - x + 2|x|$.

График функции $t(x)$ — парабола с отраженной отрицательной частью, перемещающаяся по оси абсцисс, с корнями $x = a$ и $x = a+2$.

График функции $s(x) = \begin{cases} -4 - 3x, & \text{при } x < 0, \\ -4 + x, & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$ — изображенная

на рисунке ломаная (выделена синим цветом).

Для выполнения неравенства $(*)$ необходимо, чтобы все точки графика $y = t(x)$ располагались выше графика $y = s(x)$. Граничные способы подходящего расположения подвижного графика $y = t(x)$ изображены на рисунке зеленым и красным цветом. Определим значения параметра для этих границ.

Левую границу найдём из условия касания прямой, задаваемой уравнением $y = -3x - 4$, и параболы, задаваемой уравнением $y = x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a$. Они имеют единственную общую точку, а значит, уравнение $x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2a = -3x - 4$ имеет единственное решение. Запишем его в виде $x^2 - (2a-1)x + a^2 + 2a + 4 = 0$ и найдем дискриминант полученного уравнения:

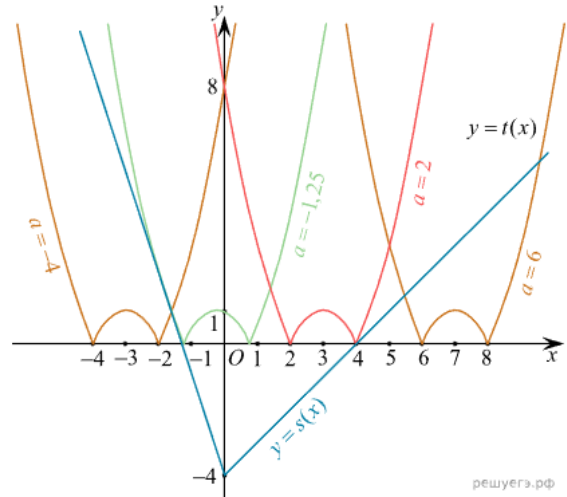
$$D = (2a-1)^2 - 4 \cdot (a^2 + 2a + 4) = -12a - 15.$$

Он обращается в нуль при $a = -1,25$.

Правая граница достигается, если больший корень функции $t(x)$ равен 4: $a+2 = 4$, откуда $a = 2$.

Таким образом, неравенство $(*)$ выполняется при всех значениях x , если $-1,25 < a < 2$.

Ответ: $-1,25 < a < 2$.



19. а) Существуют ли двузначные натуральные числа m и n такие, что $\left| \frac{m}{n} - \sqrt{2} \right| \leq \frac{1}{100}$?

б) Существуют ли двузначные натуральные числа m и n такие, что $\left| \frac{m^2}{n^2} - 2 \right| \leq \frac{1}{10000}$?

в) Найдите все возможные значения натурального числа n при каждом из которых значение выражения $\left| \frac{n+10}{n} - \sqrt{2} \right|$ будет наименьшим.

Решение. а) Поскольку $1,4 < \sqrt{2} < 1,42$, число $\sqrt{2}$ лежит в отрезке $\left[\frac{28}{20}; \frac{71}{50} \right]$, длина которого равна $\frac{71}{50} - \frac{28}{20} = \frac{1}{50}$. Следовательно, расстояние от $\sqrt{2}$ до какого-то из концов отрезка не больше половины его длины. Поэтому числа m и n суть числа 28 и 20 или числа 71 и 50 соответственно. Тем самым искомые числа существуют.

Примечание.

Выше получено, что удовлетворяющие условию числа существуют. Искать их не требовалось, но можно и найти. Для этого заметим, что $\sqrt{2}$ лежит правее точки 1,41 — середины отрезка $\left[\frac{28}{20}; \frac{71}{50} \right]$. Поэтому, $\left| \frac{71}{50} - \sqrt{2} \right| < \frac{1}{100}$. Следовательно, примером являются числа 71 и 50.

б) Докажем, что таких m и n не существует. Доказательство проведём от противного. Пусть существуют двузначные числа m и n , для которых выполняется неравенство $\left| \frac{m^2}{n^2} - 2 \right| \leq \frac{1}{10000}$. Тогда

$$\frac{m^2}{n^2} - \frac{1}{100^2} \leq 2 \leq \frac{m^2}{n^2} + \frac{1}{100^2}.$$

Так как по условию $n < 100$, из последнего неравенства получаем

$$\frac{m^2}{n^2} - \frac{1}{n^2} < 2 < \frac{m^2}{n^2} + \frac{1}{n^2},$$

откуда $m^2 - 1 < 2n^2 < m^2 + 1$. Следовательно, $2n^2 = m^2$. Противоречие.

в) С увеличением n значение выражения $\frac{n+10}{n} = 1 + \frac{10}{n}$ уменьшается. Так как при $n = 24$ значение выражения $1 + \frac{10}{n}$ больше $\sqrt{2}$, при $n = 25$ — меньше $\sqrt{2}$, и значение $\left| \frac{n+10}{n} - \sqrt{2} \right|$ равно расстоянию от $\frac{n+10}{n}$ до $\sqrt{2}$, наименьшее значение это выражение принимает при $n = 24$ или $n = 25$.

При $n = 24$ получаем:

$$\left| \frac{n+10}{n} - \sqrt{2} \right| = \frac{34}{24} - \sqrt{2},$$

а при $n = 25$ получаем

$$\left| \frac{n+10}{n} - \sqrt{2} \right| = \sqrt{2} - \frac{35}{25}.$$

Сравнивая эти значения, видим, что наименьшее значение выражение $\left| \frac{n+10}{n} - \sqrt{2} \right|$ принимает при $n = 24$.

Экзаменационный бланк

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН - 2025 БЛАНК РЕГИСТРАЦИИ					
Код региона	Код образовательной организации	Класс Номер Буква	Код ППЭ	Номер аудитории	
	Код предмета	Название предмета	Дата проведения ЕГЭ (ДД-ММ-ГГ)	Резерв - 1	

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 X V I L -

ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

СВЕДЕНИЯ ОБ УЧАСТНИКЕ

Фамилия	
Имя	
Отчество (при наличии)	
Документ	Серия Номер

ВО ВРЕМЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКЗАМЕНА СОБЛЮДАЙТЕ ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЕГЭ

ЗАПРЕЩАЕТСЯ:

- выполнять экзаменационную работу самостоятельно, общаться с другими участниками экзамена;
- иметь при себе средства связи, фото-, аудио- и видеоаппаратуру, электронно-вычислительную технику, справочные материалы, письменные заметки и иные средства хранения и передачи информации;
- выносить из аудиторий и ППЭ черновики, экзаменационные материалы на бумажном и (или) электронном носителях;
- фотографировать экзаменационные материалы, черновики;
- выходить из аудитории и перемещаться по ППЭ без сопровождения организатора.

ДО НАЧАЛА РАБОТЫ С БЛАНКАМИ ОТВЕТОВ ПРОВЕРЬТЕ:

- наличие в своем индивидуальном комплекте (ИК) бланка регистрации, бланка ответов № 1, бланка ответов № 2 (лист 1) и бланка ответов № 2 (лист 2) (за исключением ИК для проведения ЕГЭ по математике базового уровня) и контрольных измерительных материалов (КИМ);
 - отсутствие дефектов печати КИМ и бланков (в том числе в штрихкодах);
 - совпадение значений штрихкодов и номеров КИМ с соответствующими значениями на контрольном листе или на конвертах ИК (при проведении ЕГЭ в ППЭ на дому, в учреждениях здравоохранения, исполнения наказаний, закрытого типа).
- Если обнаружили брак или некомплектность, обратитесь к организатору за другим ИК.

Контрольная сумма

С порядком проведения
единого государственного экзамена ознакомлен(-а).

Подпись участника строго внутри окошка

Резерв - 2

Служебная отметка

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОТВЕТСТВЕННЫМ ОРГАНИЗАТОРОМ В АУДИТОРИИ:

Удален из ППЭ в связи
с нарушением порядка
проведения ГИА ☐

Не завершил экзамен по
объективным причинам ☐

Подпись ответственного организатора
строго внутри окошка

БЛАНК ОТВЕТОВ № 1

Код
региона

Код предмета

Название предмета

Резерв - 4

Подпись участника строго внутри окошка

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ и ЦИФРАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z, -
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 A A A 0 0 E E E E E I I U U U B C

ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

Результаты выполнения заданий с КРАТКИМ ОТВЕТОМ

[illegible]

Замена ошибочных ответов на задания с КРАТКИМ ОТВЕТОМ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ОТВЕТСТВЕННЫМ ОРГАНИЗАТОРОМ В АУДИТОРИИ:

Количество заполненных полей
«Замена ошибочных ответов»

Подпись ответственного организатора строго внутри окошка

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН - 2025

БЛАНК ОТВЕТОВ № 2

лист 1

Код региона □□	Код предмета □□	Название предмета □□□	Резерв - 5 □□□□□□
-------------------	--------------------	--------------------------	----------------------

Бланк ответов № 2 (лист 2)	□□□□□□□□□□□□□□□□	Лист □□□
-------------------------------	------------------	-------------

Перепишите значения полей «Код региона», «Код предмета», «Название предмета» из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ.
Отвечая на задания с РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы.
Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, 31.
Условия задания переписывать не нужно.

ВНИМАНИЕ! Все бланки и контрольные измерительные материалы рассматриваются в комплекте

--

Оборотная сторона бланка НЕ ЗАПОЛНЯЕТСЯ. Используйте бланк ответов № 2 (лист 2).

